

Der balancierende Roboter

## 4. Mathematisches Modell für die Roboterdynamik Teil I



# Dynamische Systeme

- ▶ Dynamische Systeme sind Systeme, die nicht statisch sind, d.h. ihr Zustand entwickelt sich in Abhängigkeit von der Zeit aufgrund von:
  - ▶ Eingangssignalen
  - ▶ äußeren Störungen
  - ▶ oder von sich aus
- ▶ Ein dynamisches System ist beispielsweise ein System, bei dem sich folgendes ändert:
  - ▶ seine Trajektorie → Änderungen in Beschleunigung, Orientierung, Geschwindigkeit, Position
  - ▶ seinen Strom, seine Spannung, seine Frequenz usw.
  - ▶ seine Temperatur, seinen Druck usw.



# Beispiele von dynamischen Systemen

- ▶ Fallen Ihnen Beispiele für solche dynamischen Systeme ein?



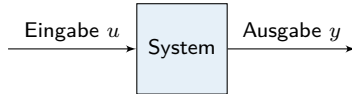
# Beispiele von dynamischen Systemen

- Fallen Ihnen Beispiele für solche dynamischen Systeme ein?



# Modell und Analyse

- ▶ Die Wissenschaft stellt ein *dynamisches System* mathematisch wie folgt dar:

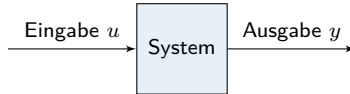


- ▶ Gewöhnlich haben wir es mit einem **nichtlinearen zeitvariablen System** zu tun: Ein System, bei dem die Ausgabe nicht direkt proportional zur Eingabe ist.



# Modell und Analyse

- ▶ Die Wissenschaft stellt ein *dynamisches System* mathematisch wie folgt dar:

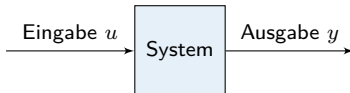


- ▶ Gewöhnlich haben wir es mit einem **nichtlinearen zeitvariablen System** zu tun: Ein System, bei dem die Ausgabe nicht direkt proportional zur Eingabe ist.
- ▶ Beispiele für solche Nichtlinearitäten?



# Modell und Analyse

- ▶ Die Wissenschaft stellt ein *dynamisches System* mathematisch wie folgt dar:



- ▶ Gewöhnlich haben wir es mit einem **nichtlinearen zeitvariablen System** zu tun: Ein System, bei dem die Ausgabe nicht direkt proportional zur Eingabe ist.
- ▶ Beispiele für solche Nichtlinearitäten?
- ▶ Die modellbasierte Systembeschreibung basiert in der Regel auf **ersten physikalischen Prinzipien**. Verglichen mit experimentellen Methoden hat es 2 wesentliche Vorteile. Die erhaltenen Modelle:
  - ▶ können das Verhalten des Systems **ableiten** (sind also gültig über die bei der Modellvalidierung verwendeten Betriebsbedingungen hinaus), und
  - ▶ sind **nützlich, wenn das reale System nicht verfügbar ist** (weil es gefährlich oder es unmöglich ist, auf ihnen reale Tests durchzuführen, oder weil sich das System noch in der Planungsphase befindet).



# (Translationale) Mechanische Systeme

**Variablen:** die Symbole für die grundlegenden Variablen, die zur Beschreibung des Verhaltens der Dynamik von translatorischen mechanischen Systemen dienen, sind:

- ▶  $x$ , Position in Meter ( $m$ )
- ▶  $v$ , Geschwindigkeit in Meter pro Sekunde ( $m/s$ )
- ▶  $a$ , Beschleunigung in Meter pro Quadratsekunde ( $m/s^2$ )
- ▶  $f$ , Kraft in Newton ( $N$ )
- ▶ Alle diese Variablen sind Funktionen der Zeit. Beachten Sie die Gleichungen:

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

**Elementargesetze:** Systeme werden durch ein oder mehrere idealisierte Elemente dargestellt, die Gesetzen gehorchen, die die mit den Elementen verbundenen Variablen betreffen

- ▶ Eine Masse  $M$  folgt dem zweiten Newtonschen Gesetz:  $f = Ma$ .
- ▶ Eine Masse  $M$ , die auf einer viskosen Flüssigkeit gleitet, erfährt eine Reibungskraft  $f$  und erfüllt  $f = Bv$ , wobei  $B$  konstant ist und von der Flüssigkeit abhängt.
- ▶ Jedes mechanische Element (z.B. eine Feder), das eine Formänderung erfährt, wenn es einer Kraft unterworfen wird, erfüllt die Bedingung  $f = Kx$ , wobei  $K$  eine Steifigkeitskonstante ist.

